



Podstawy Fizyki Mechanika

Praca zbiorowa

## Ćwiczenie F 8

### **OBLICZENIE MOMENTU BEZWŁADNOŚCI ORAZ WYZNACZENIE PRZYŚPIESZENIA ZIEMSKIEGO ZA POMOCĄ WAHADŁA FIZYCZNEGO**

opr. techn. Mirosław Maś

## 1. - Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie momentu bezwładności wahadła fizycznego ( bryły w kształcie rury) oraz wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego.

Wykonując pomiary ćwiczący ugruntowują zasady poprawnego korzystania z prostych przyrządów pomiarowych:

- suwmiarek,
- stoperów mechanicznych i elektronicznych.

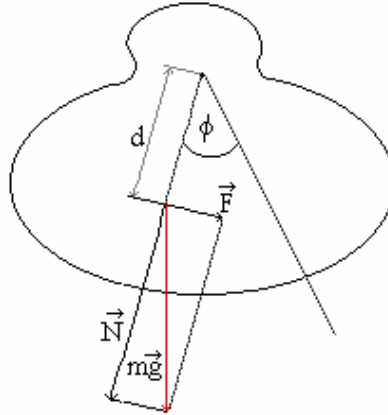
Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy sprawdzić czy zestaw laboratoryjny jest kompletny.

Do ćwiczenia należy opanować następujące zagadnienia teoretyczne:

- ruch harmoniczny,
- wielkości opisujące ruch harmoniczny(amplituda, okres, częstość, częstotliwość)
- moment bezwładności
- twierdzenie Steinera dla momentu bezwładności
- wahadło fizyczne

## 2. Wprowadzenie teoretyczne

**Wahadłem fizycznym** jest bryła sztywna o masie  $m$  zawieszona w punkcie  $O$  znajdującym się powyżej jej środka ciężkości. Takie zawieszenie umożliwia jego ruch w polu grawitacyjnym.



Rys. 8.1.

Przy niewielkich wychyleniach okres wahadła matematycznego obliczamy ze wzoru:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right), \quad /1/$$

stąd moment bezwładności

$$J = \frac{mgdT^2}{4\pi^2 \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right)^2}, \quad /2/$$

gdzie  $\phi_0$  - kąt w radianach.

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l_m}{g}} \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right). \quad /3/$$

Długość wahadła matematycznego, którego okres jest równy okresowi wahadła fizycznego nazywamy długością zredukowaną  $l_r$ .

Z równości  $T_m = T$  wynika:

$$\sqrt{\frac{l_r}{g}} = \sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

stąd

$$l_r = J/md. \quad /4/$$

lub w postaci

$$l_r = \frac{gT^2}{4\pi^2 \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right)^2}. \quad /5/$$

**Moment bezwładności** wahadła w kształcie rury względem środka ciężkości podaje wzór

$$J_0 = \frac{1}{4}m\left(R^2 + r^2 + \frac{1}{3}l^2\right), \quad /6/$$

gdzie:  $m$  - masa wahadła,  
 $R$  - promień zewnętrzny rury,  
 $r$  - promień wewnętrzny rury,  
 $l$  - długość wahadła.

Moment bezwładności względem pierwszej czy drugiej osi obrotu obliczymy z twierdzenia Steinera

$$J = J_0 + md_{1 \text{ lub } 2}^2, \quad /7/$$

gdzie:  $d_1$  - odległość środka ciężkości od ostrza pierwszego pryzmatu,  
 $d_2$  - odległość środka ciężkości od ostrza drugiego pryzmatu.

Przyspieszenie ziemskie

$$g = \frac{4\pi^2 J \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right)^2}{dmT^2}, \quad /8/$$

lub uwzględniając /6/ i /7/

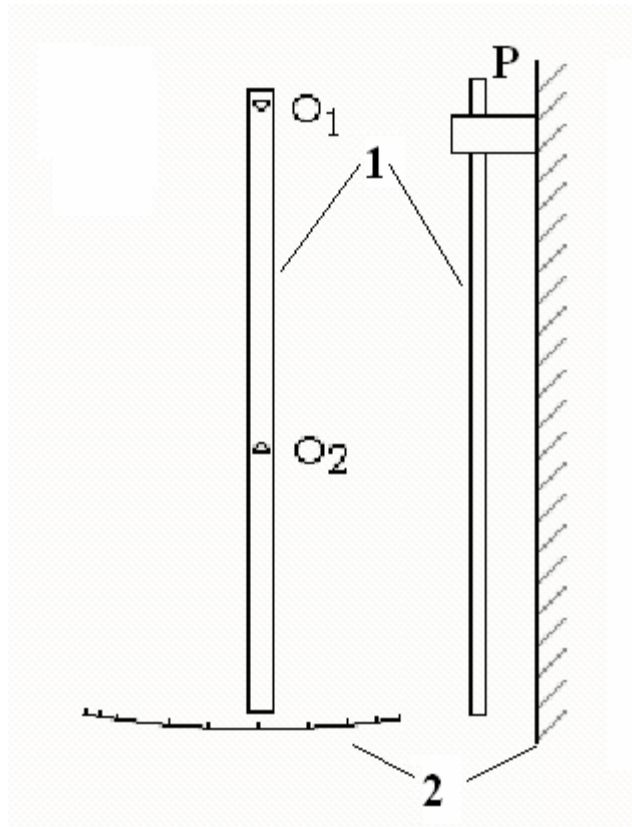
$$g = \frac{4\pi^2 \left(1 + \frac{\phi_0^2}{16}\right)^2 \left[ \frac{1}{4} \left( R^2 + r^2 + \frac{1}{3} l^2 \right) + d_i^2 \right]}{d_i T^2}. \quad /9/$$

gdzie:  $d_i$  - to odległość środka ciężkości od ostrza na którym zawieszono jest wahadło,  
 $T$  - wyznaczony okres.

Wzór /9/ pozwala na obliczenie przyspieszenia ziemskiego przy pomocy wahadła fizycznego. Okres wahań wahadła fizycznego zależy min. od punktu zawieszenia, a zatem i od odległości osi obrotu od środka ciężkości.

### 3. Opis urządzenia.

Urządzenie składa się:  
z wahadła fizycznego (1) (rury metalowej z dwoma pryzmatami  $O_1$  i  $O_2$  zwróconymi ostrzami do siebie. Jeden osadzony jest bardzo blisko końca rury, drugi w odległości  $1/3$  długości rury od drugiego końca),  
stabilnego statywu z przymocowaną skalą kątową i uchwytem (P) do zawieszenia rury.



- 1. - wahadło w kształcie rury,
- $O_1$  i  $O_2$  - pryzmaty do zawieszenia wahadła w uchwycie (P),
- 2. - skala kątowa.

rys. 8.2.

#### 4. Przebieg pomiarów.

1. Wykonujemy pomiary wymiarów geometrycznych wahadła fizycznego w kształcie rury. Waga wahadła jest zapisana na skali katowej.
2. Zawieszamy pierwsze wahadło na pryzmacie  $O_1$  i dokonujemy pomiaru czasu 20 wahań dla wychylenia początkowego  $5^\circ$ .
3. Pomiary powtarzamy dla wychyleń  $7^\circ$  i  $9^\circ$ .
4. Zawieszamy wahadło na drugim pryzmacie  $O_2$  i wykonujemy pomiary jak w punkcie 2 i 3.
5. Obliczamy moment bezwładności dla obu zawieszonych ze wzoru /6/
6. Błąd dla momentu bezwładności liczymy metodą różniczek zupełnej, wykorzystując podane poniżej wzory na pochodne cząstkowe,

$$\frac{\partial J}{\partial R} = \frac{mR}{2}; \quad \frac{\partial J}{\partial r} = \frac{mr}{2}; \quad \frac{\partial J}{\partial l} = \frac{ml}{6}; \quad \frac{\partial J}{\partial d} = 2md.$$

7. Obliczamy przyspieszenie grawitacyjne dla każdego zawieszenia ze wzoru /9/.
8. Błąd przyspieszenia liczymy jako błąd średni kwadratowy.
9. Przeprowadzamy dyskusję błędów i wyników pomiarowych.
10. Formułujemy wnioski.

#### Literatura

1. A. Daniluk - Instrukcje ćwiczeń laboratoryjnych z fizyki UPH Siedlce 1999
2. Massalski J., Massalska M., *Fizyka dla inżynierów*. WN-T, Warszawa, 2008, tom 1.
3. Halliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki*, PWN, Warszawa 2003, tom 2.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*. PWN, Warszawa, 1994.