



Podstawy Fizyki Mechanika

Praca zbiorowa

Ćwiczenie F 6

**POMIAR MOMENTU BEZWŁADNOŚCI.
SPRAWDZENIE DRUGIEJ ZASADY DYNAMIKI DLA
RUCHU OBROTOWEGO.**

opr. techn. Mirosław Maś

Uniwersytet Przyrodniczo - Humanistyczny
Siedlce 2020

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studenta z kinematyką ruchu obrotowego jednostajnie zmiennego, badanie ruchu obrotowego i postępowego oraz wyznaczenie wartości momentu bezwładności wahadła Oberbecka - dla różnych położeń obciążników. Oraz wykształcenie u studenta samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

W skład zestawu pomiarowego wchodzi:

1. wahadło Oberbecka,
2. waga analityczna,
3. stoper,
4. suwmiarka,
5. komplet obciążników.

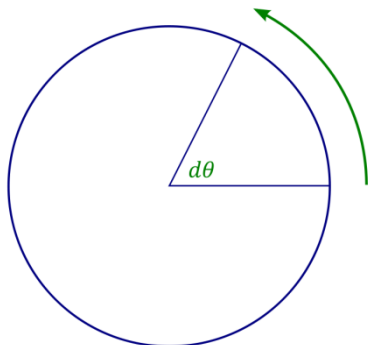
Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy sprawdzić czy zestaw laboratoryjny jest kompletny.

Do ćwiczenia należy opanować następujące zagadnienia teoretyczne:

1. Definicje:
 - prędkości kątowej,
 - przyspieszenia kątowego,
 - momentu bezwładności dla punktu materialnego i dla bryły sztywnej,
 - twierdzenie Steinera
 - momentu pędu, momentu siły,
 - pracy w ruchu obrotowym,
 - energii kinetycznej i potencjalnej w ruchu postępowym,
 - energii kinetycznej ruchu obrotowego.
2. Prawo zachowania momentu pędu, prawo zachowania energii mechanicznej.
3. Zasady dynamiki Newtona dla ruchu postępowego i obrotowego,

2. Wprowadzenie teoretyczne

Prędkość kątowna – wielkość wektorowa opisująca ruch obrotowy (np. ruch po okręgu) ciała. Jest wektorem leżącym na osi obrotu ciała i skierowanym zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej.



Jeśli współrzędną kątową ciała określa kąt θ to wartość prędkości kątownej ω jest równa:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Jednostką prędkości kątownej w układzie SI jest **radian /sekundę**

$$\omega = \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

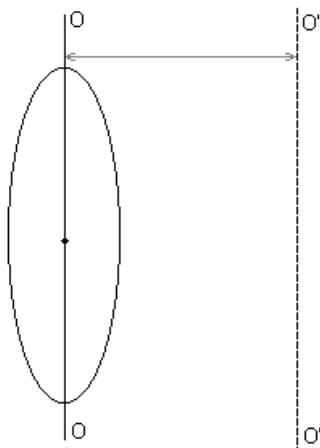
Przyspieszenia kątownego nie można wyznaczyć bezpośrednio, nie ma przyrządu do jego pomiaru. Można to zrobić tylko metodą pośrednią, wykorzystując fakt, że ciężarek spada poruszając się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem, które można wyznaczyć mierząc drogę i czas. Nić jest nawinięta na walec, prędkość liniowa i przyspieszenie liniowe punktów leżących na powierzchni walca są identyczne, jak przyspieszenie i prędkość ciężarka.

Moment bezwładności punktu materialnego lub bryły sztywnej pełni w ruchu obrotowym dokładnie tę samą rolę, jak masa tych ciał w ruchu postępowym. Moment bezwładności, który oznaczamy dużą literą I , opisuje sposób rozkładu masy wokół osi obrotu. Im dalej masa jest położona od osi obrotu, tym większy jest jej moment bezwładności. Moment bezwładności jest zawsze funkcją kwadratu odległości elementów masy od osi obrotu i dla pojedynczego punktu o masie m obracającego się w odległości R

$$I = m R^2$$

Dla bryły (wielu punktów materialnych) moment bezwładności jest sumą wszystkich momentów bezwładności punktów składowych bryły.

Twierdzenie Steinera mówi, że moment bezwładności I bryły względem dowolnej osi jest równy sumie momentu bezwładności I_0 względem osi równoległej, przechodzącej przez środek masy bryły oraz iloczynu masy tej bryły i kwadratu odległości d obu osi.



$$I = I_0 + m d^2$$

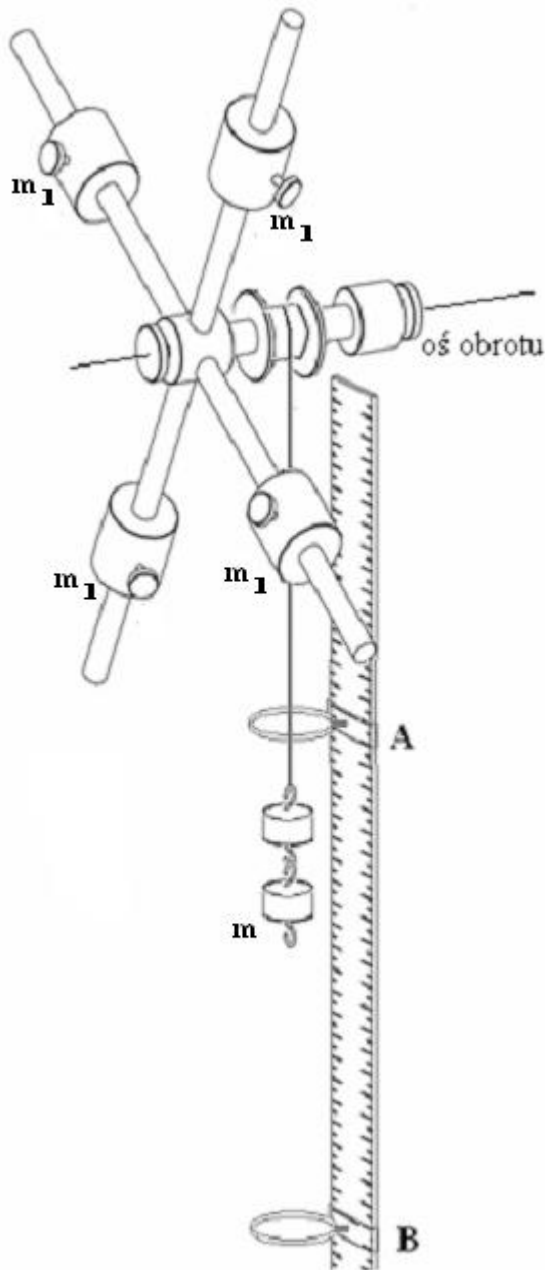
gdzie I - moment bezwładności względem osi równoległej do osi przechodzącej przez środek masy
 I_0 - moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy,
 d - odległość między osiami,
 m - masa bryły

Dzięki temu znając (I_0) moment bezwładności bryły względem osi przechodzącej przez środek masy bryły, możemy obliczyć moment bezwładności według każdej osi równoległej.

Konsekwencją twierdzenia jest to, że spośród wszystkich osi równoległych, moment bezwładności jest najmniejszy, dla osi przechodzącej przez środek masy.

3. Zestaw pomiarowy

Opis urządzenia



Zestaw to:

wyskalowana listwa z dwoma pierścieniami A i B których wzajemne położenie (h) można regulować.

Wahadło Oberbecka - walec obracający się na łożyskach w odpowiednim uchwycie oraz cztery symetryczne ramiona (pręty), na których umocowane są ciężarki m_1 (ich odległość od osi obrotu można zmieniać).

Wahadło rozpędzane jest przy pomocy obciążników zawieszanych na nici nawiniętej na walec.

Moment bezwładności wahadła zależy od ustawień ciężarków C względem osi obrotu.

4. Opis ćwiczenia

A.1. Pomiar momentu bezwładności wahadła Oberbecka. - Pomiar czasu

Opór łożysk i ośrodka (powietrza) jest znikomo mały, można go pominąć w obliczeniach, dlatego wahadło możemy traktować jako układ odizolowany, w którym sprawdza się zasada zachowania energii. Energia potencjalna zawieszonoego obciążnika zamienia się w energię kinetyczną ruchu postępowego obciążnika i energię kinetyczną ruchu obrotowego krzyżaka.

Zasadę zachowania energii dla całego układu przedstawia wzór:

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad /1/$$

gdzie: m - masa obciążników zawieszonych na nitce nawiniętej na walec wahadła,
 g - przyspieszenie ziemskie,
 h - różnica poziomów wyznaczona przez położenie pierścieni A i B między, którymi spada obciążenie o masie m ,
 V - prędkość obciążnika w chwili, gdy mija on pierścień B,
 J - moment bezwładności wahadła Oberbecka,
 ω - prędkość kątowna wahadła Oberbecka w momencie mijania pierścienia B przez obciążenie.

Przyjmując, że spadanie obciążnika odbywa się ruchem jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej, prędkość obciążnika przy mijaniu pierścienia B obliczamy ze wzoru:

$$V = \frac{2h}{t},$$

gdzie: t - czas opadania między pierścieniem A i B.

Prędkość kątowna $\omega = \frac{V}{r_n},$

gdzie: r_n - jest promieniem walca, na który nawinięto nić obciążoną masą m .

Po przekształceniach wzoru /1/ otrzymujemy wyrażenie:

$$J = \frac{mr_n^2}{2h} (gt^2 - 2h). \quad /2/$$

A.2. Pomiar momentu bezwładności wahadła Oberbecka. - Pomiar gabarytów.

Moment bezwładności wahadła Oberbecka można również obliczyć mierząc wymiary i wyznaczając masy poszczególnych elementów wahadła.

$$J = J_w + 4 J_p + J_m,$$

gdzie:

$$J_w = \frac{1}{2} m_w r^2,$$

r - promień walca centralnego wahadła,
 m_w - jego masa,

$$J_p = \frac{1}{3} m_p l^2,$$

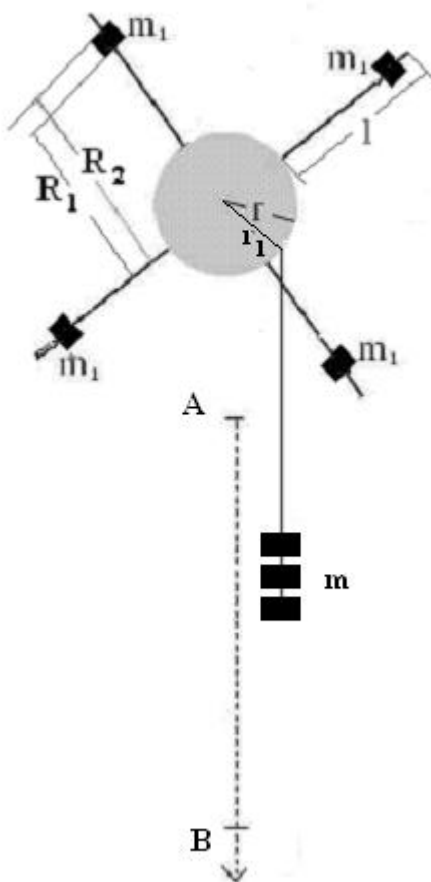
gdzie: m_p - masa pręta (ramienia krzyżaka),
 l - jego długość, (mierzona gdy pręt jest wkręcony w walec centralny)

$$J_m = \frac{1}{4} m_m (R_1 + R_2)^2,$$

gdzie: m_m - sumaryczna masa obciążników
 $m_m \approx 4 m_1$,
 R_1 i R_2 - odległość części zewnętrznej i wewnętrznej obciążnika od osi obrotu.

Po podstawieniu powyższych wzór na moment bezwładności przyjmie postać:

$$J = \frac{1}{2} m_w r^2 + \frac{1}{3} m_p l^2 + \frac{1}{4} m_m (R_1 + R_2)^2 \quad /3/$$



Uwaga:

Poszczególne elementy wahadła ważymy po jego rozmontowaniu.

5. Przebieg pomiarów

A.1. Pomiar momentu bezwładności wahadła Oberbecka.

- Istnieje możliwość wykonania różnych serii pomiarów. O tym które z nich będą wykonywane decyduje prowadzący zajęcia:
 - bez elementów m_1 na prętach;
 - umieszczając elementy m_1 jak najbliżej osi obrotu;
 - umieszczając elementy m_1 w połowie długości pręta;
 - ustawiając elementy m_1 w odległości maksymalnej od osi obrotu;
 - ustawiając elementy m_1 asymetrycznie względem osi obrotu.
- Pierścienie A i B ustawiamy w odległości (h) od siebie (ustalonej przez prowadzącego zajęcia).
- Nawijamy nitkę na walec $D = 2 r_1$, mierzymy średnicę, obliczamy promień, obciążamy obciążnikiem o masie m , tak aby dolna krawędź obciążnika znalazła się na wysokości górnej krawędzi pierścienia A.
- Mierzymy czas t spadania obciążnika między pierścieniami A i B.
- Pomiary powtarzamy 3-krotnie dla tego samego obciążnika i tego samego ustawienia elementów m_1 .
- Pomiary przeprowadzamy dla innych obciążeń (m) i tego samego ustawienia elementów m_1 .
- Pomiary powtarzamy dla innych położenia elementów m_1 . Wyniki notujemy w tabeli.

Uwaga: Zwrócić szczególną uwagę na staranne rozmieszczenie elementów m_1 starając się uzyskać ich układ symetryczny względem osi obrotu.

seria pomiarów	bez obciążników			obciążniki blisko walca centralnego			obciążniki w połowie pręta			obciążniki na końcu pręta			r_1	h
	50g	100g	150g	50g	100g	150g	50g	100g	150g	50g	100g	150g		
Lp	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[s]	[m]	[m]
t														
1														
2														
3														
śr														

A.2. Pomiar momentu bezwładności wahadła Oberbecka – mierząc gabaryty wahadła.

1. Wyjmujemy wahadło z uchwytu mocującego.
2. Rozkręcamy je na poszczególne elementy.
3. Mierzymy i ważymy poszczególne elementy. Wyniki zapisujemy w tabeli pomiarowej.

Lp.	Masy			Wymiary			Obliczenia		
	walca centralnego (m_w)	pręta (m_p)	obciążnika (m_1)	średnica walca centralnego (d)	l_1	l_2	R_1	R_2	m_m
	<i>kg</i>	<i>kg</i>	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>kg</i>
1									
2									
3									
śr									

4. Zapisujemy niepewności pomiarowe przyrządów.
- 5.

6. Obliczenia

Ad.1.

1. Obliczamy moment bezwładności ze wzoru /2/ oddzielnie dla każdej serii pomiarów.
2. Wykonujemy rachunek błędów oraz przeprowadzamy dyskusję wyników i popełnionych błędów.

Ad.2.

1. Obliczamy moment bezwładności ze wzoru /3/
2. Wykonujemy rachunek błędów oraz przeprowadzamy dyskusję wyników i popełnionych błędów.
3. Porównujemy wyniki uzyskane przy pomiarze obu metodami.

7. Literatura

1. Daniluk, Instrukcje ćwiczeń z fizyki
2. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, tom I, PWN
3. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom I, PWN
4. Piekara, Mechanika ogólna , PWN
5. T. Drynski, „Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki”, wyd. VI, PWN, Warszawa 1977
6. H. Szydłowski, „Pracownia fizyczna”, wyd. IX, PWN, Warszawa 1997
7. dydaktyka.fizyka.szc.pl/pdf/pdf_136.pdf
8. http://beta.chem.uw.edu.pl/people/AMyslinski/informator_13/Pracownie/fiz_i_radio/M2.pdf
9. <http://crt.fizyka.umk.pl/~lab1/Instrukcje/Cw12.PDF>
10. http://pracownie1.fuw.edu.pl/dydak/pliki/MECHANIKA_student.pdf
11. http://www.rkfizyka.pl/user_storage/128/docs/system/bryla_szytywna/
12. [badanie_ruchu_obrotowego_za_pomoca_wahadla_oberbecka_.pdf](#)
13. <http://kepler.am.gdynia.pl/~wfreda/Mat4Stud/bryla.pdf>
14. http://wmf.usz.edu.pl/wp-content/uploads/I-pracownia-Fizyczna-M15A-Wahadlo-Oberbecka_badanie-ruchu.pdf
15. https://www.fuw.edu.pl/~kkorona/wwwykl/skrypt_w02.pdf
16. http://www.if.pw.edu.pl/~anadam/WykLadyFO/FoWWW_08.html
17. [https://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Steinera_\(mechanika\)](https://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Steinera_(mechanika))