



Podstawy Fizyki Mechanika

Praca zbiorowa

## Ćwiczenie F 4

### **WYZNACZANIE MODUŁU YOUNGA PRZEZ ZGINANIE**

opr. techn. Mirosław Maś

Uniwersytet Przyrodniczo - Humanistyczny  
Siedlce 2019

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie modułu Younga dla prętów o przekroju prostokątnym wykonanych z różnych materiałów. Wykonując pomiary ćwiczący ugruntowują zasady poprawnego korzystania z prostych przyrządów pomiarowych:

- suwmiarek,
- specjalistycznych śrub mikrometrycznych.

Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy sprawdzić czy zestaw laboratoryjny jest kompletny.

Do ćwiczenia należy opanować następujące zagadnienia teoretyczne:

- rodzaje ciał stałych,
- rodzaje odkształceń,
- pojęcie odkształcenia względnego i naprężenia,
- prawo Hooke'a,
- wyznaczanie modułu Younga z ugięcia.

## 2. Wprowadzenie teoretyczne

Ciała stałe możemy podzielić na amorficzne oraz krystaliczne. Ciała **amorficzne** – bezpostaciowe (np. szkło) mają nieuporządkowaną budowę krystaliczną, (atomy rozmieszczone są przypadkowo). Ciała **krystaliczne** - mają regularną sieć atomów lub cząsteczek, (mają uporządkowaną strukturę).

Ciała stałe to w większości ciała polikrystaliczne (to połączone przypadkowo ze sobą małe krystaliczne ziarenka o różnych kształtach).

W ciałach krystalicznych - atomy tworzące sieć krystaliczną pozostają w równowadze w wyniku równoważenia się sił wzajemnego przyciągania i odpychania. Zewnętrzna siła powoduje zmianę położenia atomów. Narusza równowagę w strukturze sieci krystalicznej - pojawiają się wewnętrzne siły sprężystości. Gdy ustaje działanie zewnętrznej siły odkształcającej sieć krystaliczna powraca do pierwotnego kształtu, to mówimy o odkształceniu sprężystym (elastycznym). Jeżeli siła jest większa od pewnej wartości krytycznej, następuje trwałe odkształcenie zwane odkształceniem trwałym (plastycznym). Istnieje niebezpieczeństwo nieodwracalnej destrukcji sieci (zniszczenia materiału) gdy zwiększy się czas trwania działania siły lub jej wielkość.

Biorąc pod uwagę właściwości mechaniczne możemy podzielić materiały na kruche i plastyczne. Kruche (żeliwo, kamień, gips, szkło) ulegną zniszczeniu przy niewielkich odkształceniach, plastyczne (złoto, miedź, stal niskowęglowa) przy znacznych

Taki podział jest względny, istnieją materiały, które w wysokich temperaturach i wolno działających siłach będą plastyczne, ale będą kruche w niskich temperaturach i przy szybko działającej sile.

W XVII w. Robert Hooke udowodnił, że siła oporu sprężystego rośnie liniowo wraz z odkształceniem. Zależność przedstawia równanie:

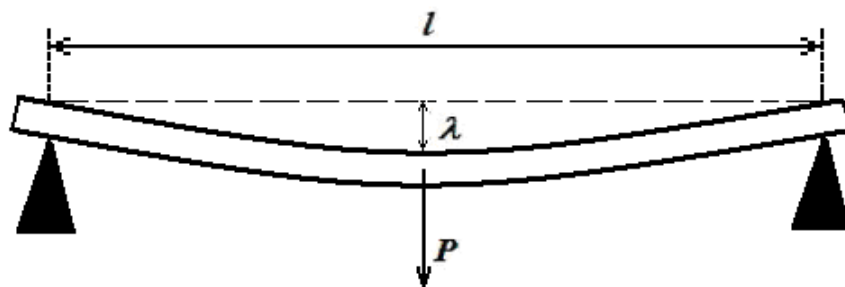
$$\varepsilon_x = k \sigma, \quad /1/$$

gdzie:  $\varepsilon_x$  – kierunkowe odkształcenie względne,  
 $k$  - współczynnik proporcjonalności,  
 $\sigma$  - naprężenie wewnętrzne.

Ściskanie, rozciąganie, zginanie, skręcanie i ścinanie powoduje powstanie siły wewnętrznej przeciwdziałającej siłom zewnętrznym. Przy ścisaniu - ujawniają się siły wzajemnego odpychania cząsteczek, przy rozciąganiu – siły przyciągania. Siły wewnętrzne  $F_w$ , przypadające na jednostkę powierzchni  $S$  nazywane są naprężeniem wewnętrznym

$$\sigma = \frac{F_w}{S} \left[ \frac{N}{m^2} \right].$$

Rozważmy przypadek, zginania ciała stałego (np. pręta) z rysunku poniżej.

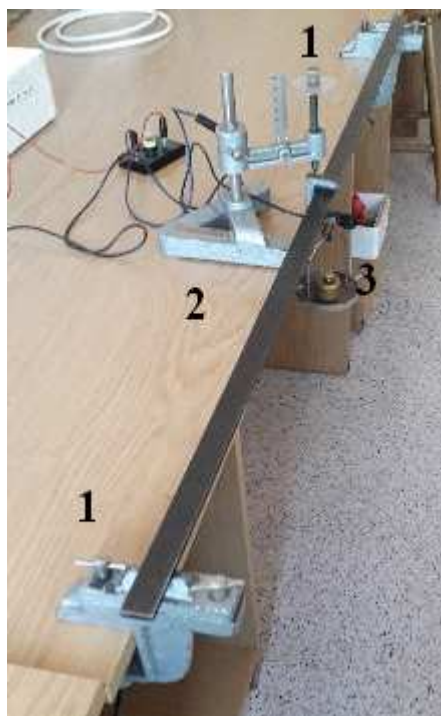


Pręt podparty na końcach pod wpływem własnego ciężaru lub pod obciążeniem ulega wygięciu. Cienka warstwa środkowa nie ulega ani ścisnaniu ani rozciąganiu i tworzy warstwę "neutralną". Przy dostatecznie małym obciążeniu (w granicach odkształceń sprężystych) wydłużenia dolnej warstwy i ściśnięcie górnej podlegają prawu Hooke'a. Zakładamy, że pręt nie obciążony nie ulega ugięciu (nie wygina się pod własnym ciężarem). Miarą odkształcenia jest strzałka ugięcia  $\lambda$ . Moduł Younga  $E$  możemy wyznaczyć (dla prętów o przekroju prostokątnym) ze wzoru:

$$E = \frac{1}{4} \frac{Fl^3}{\lambda ba^3} \quad /2/$$

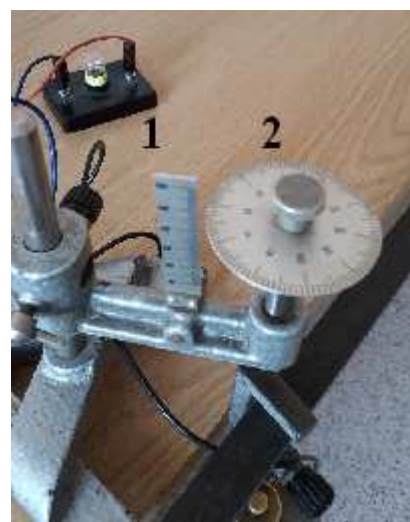
gdzie :  $F$  - siła uginająca pręt ( $F = m g$ , gdzie -  $m$  - masa obciążników,  $g$  - przyspieszenie ziemskie),  
 $l$  - długość pręta, odległość między podporami (pryzmatami),  
 $\lambda$  - strzałka ugięcia,  
 $a$  - grubość  
 $b$  - szerokość.

### 3. Opis urządzenia



Urządzenie do wykonania pomiaru modułu Younga metodą ugięcia składa się z dwóch podpór przymocowanych do stołu (1) oraz prętów wymiennych wykonanych z różnych materiałów o różnych przekrojach prostokątnych. W środku między punktami podparcia zawieszamy szalkę na strzemiączku (3). Szalkę obciążamy odważnikami. Strzałkę ugięcia mierzymy przy pomocy śruby mikrometrycznej (2), której ostrze stykamy z górną częścią strzemiączka. Celem precyzyjnego ustalenia styku ostrza śruby mikrometrycznej ze strzemiączkiem włączamy strzemiączko i śrubę do obwodu prądu elektrycznego zawierającego żarówkę. Moment zaświecenia (widocznej na zdjęciach) żarówki odpowiada zetknięciu się śruby ze strzemiączkiem i jest wskaźnikiem do odczytania wyniku pomiaru.

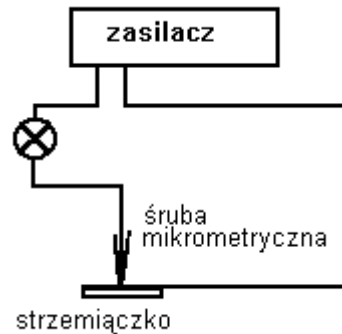
Wyskalowana płaszczyzna koła (2) wskazuje na skali milimetrowej (1) pełne milimetry. Płaszczyzna skali milimetrowej (1) wskazuje na obwodzie koła (2) części milimetra.





#### 4. Przebieg pomiarów

1. Zestaw układ wg. przedstawionego opisu urządzenia i zmontuj obwód elektryczny według rysunku.



2. Wykonaj pomiary odstępów między środkami podpór  $l$ , szerokości  $b$  oraz grubości  $a$  w różnych miejscach pręta. Wyniki zanotuj:

| pręt metalowy |             |               |             | pręt drewniany |             |               |             |
|---------------|-------------|---------------|-------------|----------------|-------------|---------------|-------------|
| Lp.           | grubość (a) | szerokość (b) | długość (l) | Lp.            | grubość (a) | szerokość (b) | długość (l) |
| 1             |             |               |             | 1              |             |               |             |
| 2             |             |               |             | 2              |             |               |             |
| 3             |             |               |             | 3              |             |               |             |
| średnia:      |             |               |             | średnia:       |             |               |             |

3. Obciążaj pręt od 0 do 500g 100g obciążnikami. Pomiary powtórz zmniejszając obciążenie. Oblicz ze wzoru strzałkę ugięcia  $\lambda_n = \tilde{\lambda}_0 - \tilde{\lambda}_n$ . Wyniki zanotuj:

| pręt metalowy |                    |                     |                                      |           | pręt drewniany |                    |                     |                                      |           |
|---------------|--------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------|----------------|--------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------|
| obciążenie    | wychylenie rosnąco | wychylenie malejąco | wychylenie średnie $\tilde{\lambda}$ | $\lambda$ | obciążenie     | wychylenie rosnąco | wychylenie malejąco | wychylenie średnie $\tilde{\lambda}$ | $\lambda$ |
| 0             |                    |                     |                                      |           | 0              |                    |                     |                                      |           |
| 100 g         |                    |                     |                                      |           | 100 g          |                    |                     |                                      |           |
| 200 g         |                    |                     |                                      |           | 200 g          |                    |                     |                                      |           |
| 300 g         |                    |                     |                                      |           | 300 g          |                    |                     |                                      |           |
| 400 g         |                    |                     |                                      |           | 400 g          |                    |                     |                                      |           |
| 500 g         |                    |                     |                                      |           | 500 g          |                    |                     |                                      |           |

4. Sporządź wykres  $\lambda = f(m)$ ,  $m$  - masa obciążników.
5. Pomiary z punktów 2, 3, 4 powtórz używając innych prętów.
6. Oblicz, korzystając ze wzoru  $E = \frac{F \cdot l}{\lambda \cdot A}$ , moduł Younga dla różnych materiałów.

#### Prowadzący zajęcia wybiera metodę obliczeń błędów.

A. - Obliczenie błędu metodą pochodnej logarytmicznej:

$$\Delta E = E \left( \frac{\Delta F}{F} + \frac{3\Delta l}{l} + \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{3\Delta a}{a} \right).$$

Błąd pomiaru  $F$  pomiń. Błędy  $\lambda$ ,  $l$ ,  $a$ ,  $b$  oszacuj na podstawie użytych przyrządów.

B. - Obliczenie błędu średniego kwadratowego dla obu badanych prętów.

7. Wyciągnij wnioski. Przeprowadź dyskusję błędów. Porównaj otrzymane wartości  $E$  dla badanych materiałów z wartościami tablicowymi.

#### Literatura

1. A. Daniluk - Instrukcje ćwiczeń laboratoryjnych z fizyki UPH Siedlce 1999
2. Massalski J., Massalska M., *Fizyka dla inżynierów*. WN-T, Warszawa, 2008, tom 1.
3. Halliday D., Resnick R., Walker J., *Podstawy fizyki*, PWN, Warszawa 2003, tom 2.
4. Szydłowski H., *Pracownia fizyczna*. PWN, Warszawa, 1994.
5. [http://www.ftj.agh.edu.pl/zdf/zeszyt/3\\_11n.pdf](http://www.ftj.agh.edu.pl/zdf/zeszyt/3_11n.pdf)
6. <http://www.kfs.pollub.pl/pracowniakfs/prkfs-04.pdf>