



Podstawy Fizyki Mechanika

Praca zbiorowa

Ćwiczenie F 1

WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ

opr. techn. Mirosław Maś

Uniwersytet Przyrodniczo - Humanistyczny
Siedlce 2019

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości ciała stałego o określonych gabarytach za pomocą mierzenia i ważenia. W ćwiczeniu studenci poznają zasady wykonywania pomiarów za pomocą suwmiarki i mikrometru.

Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy sprawdzić czy zestaw laboratoryjny jest kompletny.

Do ćwiczenia należy opanować następujące zagadnienia teoretyczne:

- ciężar,
- masa,
- objętość – wzory matematyczne,
- gęstość,
- jednostki gęstości.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Ciężar, a masa ciała - większość myli pojęcie masy z pojęciem ciężaru, jest to przekłamanie używane w języku potocznym a wynika ze sposobu (metody) pomiaru masy (ważenia). Potocznie mówimy: „Mirek waży 97 kilo”. Jeżeli "waży", to znaczy, że ciężar wyraża się w kilogramach.

Uwaga:

Ciężar fizyczny wyrażany jest w Niutonach (N) a nie kilogramach (kg)!

Dziś już nieużywana (bardzo myląca) stara jednostka siły - "kilogram siła" - siła, z jaką Ziemia przyciąga ciało o masie 1 kg. Dlatego musimy pamiętać o różnicach między językiem potocznym, a językiem naukowo-technicznym.

Nie należy utożsamiać ciężaru z masą, taka sama masa w różnych miejscach globu ziemskiego ma różny ciężar, różnice te są niewielkie, dokładne pomiary wykazują, że na równiku ciała są o ok. 0,3% lżejsze, niż na biegunach. (Ziemia nie jest idealną kulą). Masa 1 kg na Księżycu – jest 6 razy lżejsza niż na Ziemi, a przykładowo na Jowiszu, byłaby 13 razy cięższa. W każdym miejscu masa jest niezmienna.

Masa (m) – podstawowa wielkość fizyczna. Jest wielkością skalarną. W fizyce termin *masa* jest używany z rozszerzeniem do określenia różnych wielkości fizycznych np.: *masa bezwładnościowa* - określająca bezwładność; *masa grawitacyjna* - oddziaływanie grawitacyjne; *masa spoczynkowa*; *relatywistyczna* czy *masa cząsteczkowa*.

W układzie *SI* jednostką masy jest *kilogram (kg)*.

Objętość (V) - pojęcie matematyczne, najprościej - jest to wielkość określająca jak dużo miejsca w przestrzeni zajmuje dane ciało.

Gęstość (d) - wielkość służąca do porównywania „ciężaru” różnych materiałów. Wiemy, że stal jest „cięższa” niż plastik, że styropian jest bardzo „lekki”, a ołów „ciężki”, aby jednak powiedzieć dokładnie jak „ciężki”, trzeba podać jego gęstość. Pojęcia „ciężki” i „lekki” są pojęciami potocznymi. Prawidłowo zamiast – „ciężki” - powinniśmy mówić o dużej gęstości, a - „lekki”- o małej gęstości.

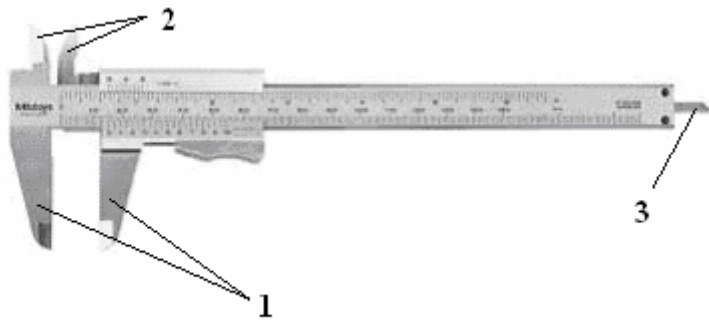
Miarą gęstości d jednorodnego ciała o masie m i objętości V jest :

$$d = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Suwmiarka

Suwmiarka to przyrząd powszechnie używany, ze względu na swą uniwersalność. Standardowa suwmiarka ma zakres pomiarowy 150 mm. Dokładność pomiaru suwmiarki zależy od dokładności noniusza. Najczęściej mierzymy z dokładnością 0,05 mm są jeszcze suwmiarki mierzące z dokładnością 0,02 mm i 0,1 mm.

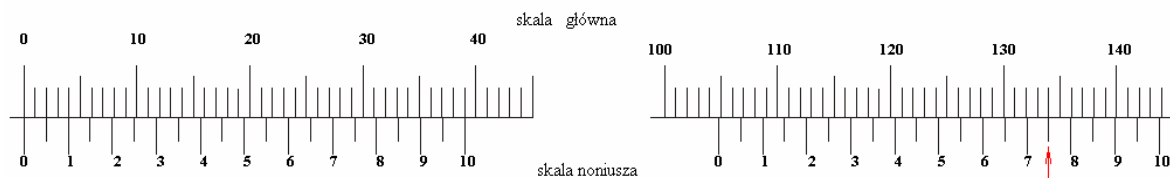
Suwmiarki zegarowe lub cyfrowe mierzą z dokładnością nawet 0,01 mm, dokładnością porównywalną z mikrometrem.



Podstawowymi częściami suwmiarki są: prowadnica (ze skalą główną); suwak (ze skalą noniusza) na rys. oznaczone 1 oraz wysuwający się trzpień (służący do pomiarów głębokości otworów) na rys. oznaczone 3.

Wykorzystując odpowiednie elementy pomiarowe suwmiarki można zmierzyć: wymiary zewnętrzne szczękami 1; wymiary wewnętrzne szczękami 2, głębokość otworu głębokościomierzem 3.

Zasada odczytu:



Rys. 1a

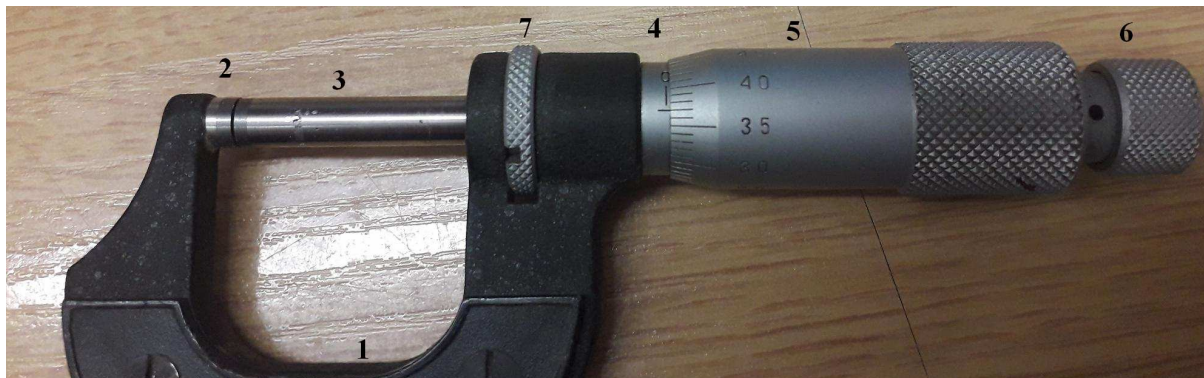
Rys. 1b

Rys. 1a szczęki suwmiarki są zamknięte – zero skali noniusza pokrywa się z zerem skali głównej (wyskalowanej w mm).

Rys. 1b przedstawia sytuację pomiaru: zero noniusza przesunęło się względem zera skali głównej o 104 mm i jeszcze „trochę”. Aby dokładnie określić to „trochę” – przyglądamy się skali noniusza. Patrzymy która z podziałek noniusza (najbliższa zeru) pokrywa się (przedłuża) jakąś podziałkę skali głównej. Na rys. b – jest to 7,5 (zaznaczona strzałką). Końcowym wynikiem pomiaru jest suma obu odczytów. Na Rys. 1b jest to 104,75 mm.

Śruba mikrometryczna (mikrometr)

Na pracowni będziemy używać śruby mikrometrycznej do pomiarów zewnętrznych, elementów o gabarytach z zakresu $0 \div 25$ mm. Głównym elementem mikrometru (śruby) jest dokładnie wykonana drobno – zwojowa śruba o skoku 0,5 mm lub 1 mm (jeden pełen obrót przedstawionej na zdjęciu śruby mikrometrycznej przesuwa brzeg bębna o 0,5 mm). Inne istotne części składowe zaznaczone są na poniższym zdjęciu.



I tak:

- 1 – kabłąk;
- 2 – kowadełko;
- 3 – wrzeciono połączone z bębniem 5, którego obwód podzielony jest na 50 części;
- 4 – tuleja ze skalą główną i pomocniczą;
- 6 – sprzęgiełko pozwala na zachowanie (przy każdym z pomiarów) stałej siły docisku wrzeciona (3) do mierzonego elementu;
- 7 – pokrętko (zacisk) blokady wrzeciona.

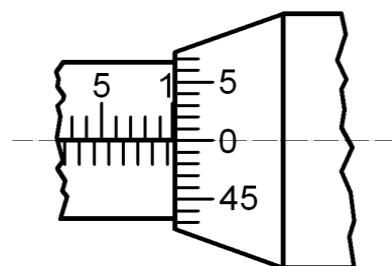
Zasada odczytu

Wynik pomiaru śrubą mikrometryczną to:

1. **pełne milimetry** (podziałka nad osią – skala główna) odsłonięte przez brzeg bębna,
2. gdy nie widać kreseczki skali pomocniczej (podziałka pod osią) do odczytu (1) dodajemy **setne części milimetra** z podziałki bębniaka, wskazane przez oś,
3. jeśli za ostatnią kreseczką **pełnych milimetrów** (1) widoczna jest dodatkowo kreseczka skali pomocniczej (dolna), do wyniku dodajemy **0,5 mm**.

Przykłady:

a)

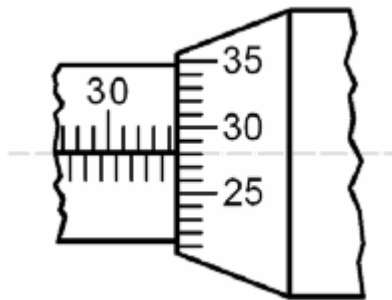


Wynikiem pomiaru z rysunku obok jest – **10,00 mm**
- krawędź bębna jest na dziesiątej, górnej podziałce nad osią (pełne mm) oś na obwodzie bębna wskazuje **0**.

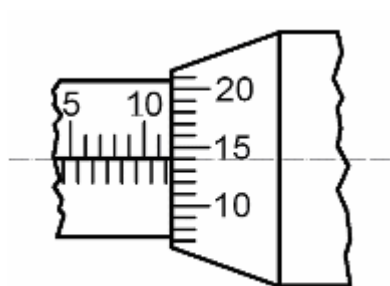
b)

Widać **34** kreski skali górnej (pełne mm), oś na podziałce bębna wskazuje **28**.

Mierzony przedmiot ma **34,28 mm**.



c)



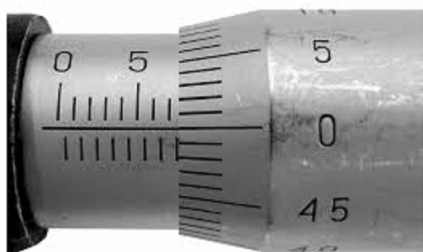
Oprócz **11** kresek górnych (**pełne mm**), widoczna jest kreska dolnej skali (**+0,5 mm**), oś na obwodzie bębna wskazuje **14**. Wynik pomiaru jest sumą odczytów :

$$11 + 0,5 + 0,14 = \mathbf{11,64 \text{ mm}}$$

Ze względu na dokładność kalibracji śruby często można popełnić błąd grubo, korygując odczyt o 0,5 mm. Nawet wtedy gdy nie jest to konieczne, (najczęściej wynika on z winy mierzącego).



Odczytamy **0,00 mm** (brzeg bębna i zerowa podziałka bębna (wskazywana przez oś) są w pozycji zero).



Brzeg bębna ustawił się tak że widzimy podziałkę skali pomocniczej. Można się pomylić i przez nieuwagę dokonać korekty (+0,5 mm), jednak oś wskazuje na bębnie wartość zero.

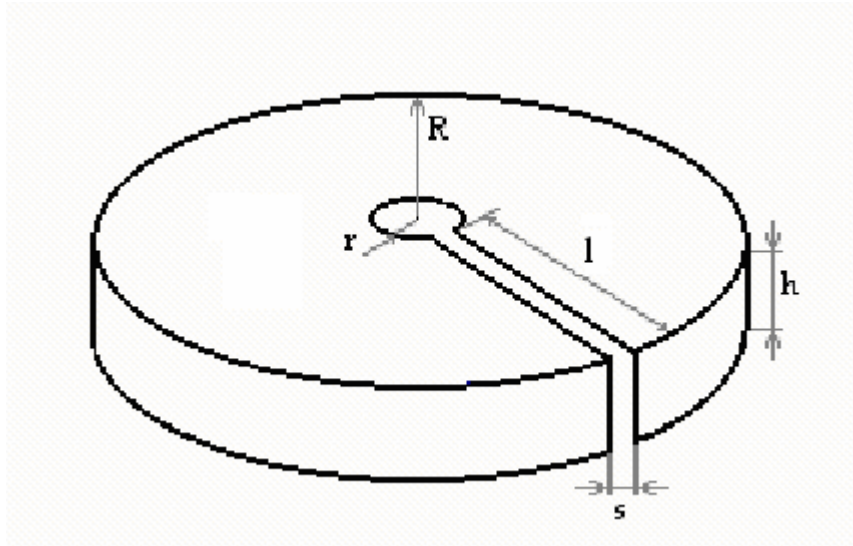
Prawidłowym odczytem jest wartość **7,50 mm**.

Przy tak skalibrowanej śrubie mikrometrycznej bardzo łatwo jest o popełnienie błędu grubego. Dlatego **przed rozpoczęciem mierzenia należy koniecznie sprawdzić kalibrację śruby mikrometrycznej**.

3. Pomiar gęstości bryły sztywnej

W skład zestawu pomiarowego wchodzi:

1. suwmiarka,
2. mikrometr (śruba mikrometryczna),
3. waga analityczna,
4. krążek – którego gęstość wyznaczamy.



Rys. 3.1.

Wyznaczamy gęstość bryły w kształcie walca o promieniu zewnętrznym R i wysokości h z wyciętym otworem w kształcie walca o promieniu r oraz szczeliną o szerokości s i długości l Rys. 3.1.

Bryła ma kształty dobrze określone geometrycznie. Objętość jej możemy wyznaczyć licząc objętość całego walca V_1 i odejmując objętość walca wewnętrznego V_2 oraz objętość szczeliny V_3 . Zatem:

$$V = V_1 - V_2 - V_3, \quad (3)$$

gdzie
$$V_1 = \pi R^2 h, \quad (4)$$

$$V_2 = \pi r^2 h, \quad (5)$$

oraz
$$V_3 = lsh. \quad (6)$$

Objętość szczeliny (6) przybliżyliśmy do objętości prostopadłościanu. Podstawy prostopadłościanu to powierzchnie zakrzywione. Przy bardzo dokładnym pomiarze fakt ten należałoby uwzględnić odpowiednio modyfikując wzór (6)

Wyrażenie (3) po podstawieniach i przekształceniach ma postać:

$$V = h(\pi(R^2 - r^2) - sl). \quad (7)$$

Wzór, który wykorzystamy do obliczeń gęstości to:

$$d = \frac{m}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)}. \quad (8)$$

4. Przebieg pomiarów.

Przed przystąpieniem do pomiarów sporządzamy szkic mierzonego przedmiotu i oznaczamy na nim wielkości (patrz Rys. 3.1.), które będą mierzone, a następnie przygotowujemy tabelę, w której zapisywać będziemy wyniki. W tabelce winny się znaleźć wszystkie wielkości mierzone oraz obliczane. Oznaczenia wielkości mierzonych w tabelce i na szkicu winny być identyczne.

L.p.	Wyniki pomiarów					Obliczenia			
	m	2R	2r	s	h	R	r	l = R - r	d
	[10 ⁻³ kg]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	[10 ⁻³ m]	kg/m ³
1									
2									
3									
średnia									

1. Wyznaczamy masę bryłki przy pomocy wagi laboratoryjnej lub analitycznej. Pomiar powtarzamy trzykrotnie.
2. Wyznaczamy trzykrotnie średnicę zewnętrzną (2R) i wewnętrzną (2r) walca przy pomocy suwmiarki.
3. Szerokość szczeliny mierzymy trzykrotnie suwmiarką w różnych miejscach. Długość szczeliny obliczamy.
4. Wysokość walca mierzymy śrubą mikrometryczną w różnych punktach. Pomiary powtarzamy trzy razy
5. Wyznaczamy wartości średnie korzystając ze wzoru na średnią arytmetyczną:

$$a_{sr} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}.$$

Wyznaczenie wartości średnich niweluje częściowo błędy pomiarowe wynikające z odstępstw kształtów rzeczywistych od kształtów geometrycznych bryły.

6. Obliczamy wartości gęstości materiału bryły dla każdego pomiaru ze wzoru (8).
7. Obliczamy średnią gęstość d_{sr} jak w punkcie (5).
8. Obliczamy gęstość d_{sr} ze wzoru (8) posługując się uśrednionymi wartościami wielkości bezpośrednio mierzonych.
9. Porównujemy wyniki z punktu 7 i 8.
10. Przeprowadzamy rachunek błędów.

Sposób obliczeń wybiera prowadzący zajęcia, może to być:

- metoda odchylenia standardowego (średni błąd kwadratowy), lub
- metoda różniczki zupełnej.

Obie metody obliczania błędu opisane są w punkcie 5 instrukcji.

11. Przeprowadzamy dyskusję wyników i wyciągamy wnioski. Oceniamy i oszacowujemy wszelkie możliwe przyczyny błędów, np. pominięcie zakrzywienia powierzchni zamykających szczelinę traktowaną jako prostopadłościan. Wyniki porównujemy z tablicowymi, określimy rodzaj materiału z jakiego zbudowana jest bryła itp.

5. Metody obliczania błędów(niepewności pomiarowych).

1. Średni błąd (niepewność pomiarowa) kwadratowy

Średnia niepewność kwadratowa wartości średniej lub średni błąd kwadratowy wartości średniej są to statystycznie obliczana dla serii pomiarów. Odchylenie standardowe dla średniej arytmetycznej wyraża wzór:

$$\Delta d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - d_{sr})^2}{n(n-1)}} \quad (9)$$

gdzie: d_i - wartość i -tego pomiaru,
 d_{sr} - średnia wartość d dla całej serii pomiarowej,
 n - liczba pomiarów w serii (w ćwiczeniu $n = 3$).

2. Metoda różniczki zupełnej.

Gęstość d - funkcja sześciu zmiennych:

$$d = d(m, h, R, r, s, l),$$

- wielkości zmieniających się w przedziale wyznaczonym przez dokładność przyrządów pomiarowych oraz dokładność wykonania bryły o określonych kształtach geometrycznych. Różniczka zupełna wyraża się wzorem

$$\Delta d = \left| \frac{\partial d}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial d}{\partial h} \right| \Delta h + \left| \frac{\partial d}{\partial R} \right| \Delta R + \left| \frac{\partial d}{\partial r} \right| \Delta r + \left| \frac{\partial d}{\partial s} \right| \Delta s + \left| \frac{\partial d}{\partial l} \right| \Delta l. \quad (10)$$

Jest to wzór na maksymalną wartość błędu pomiaru wielkości mierzonej.

$\Delta m, \Delta h, \Delta R, \Delta r, \Delta s, \Delta l$ szacujemy jako maksymalne błędy wynikające z użycia przyrządów i tak:

$\Delta m = 0,01g$ - wynika z czułości elektronicznej wagi analitycznej,

$\Delta h = 0,01mm$ - z dokładności śruby mikrometrycznej,

$\Delta s = 0,05mm$ - dokładność suwmiarki,

$\Delta R = \Delta r = 0,05/2mm$

ponieważ l obliczamy to $\Delta l = 0,05mm$.

Pochodne cząstkowe liczymy ze wzorów:

$$\left| \frac{\partial d}{\partial m} \right| = \left| \frac{1}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)} \right|,$$

$$\left| \frac{\partial d}{\partial h} \right| = \left| \frac{m}{h^2(\pi(R^2 - r^2) - sl)} \right|,$$

$$\left| \frac{\partial d}{\partial R} \right| = \left| \frac{2\pi m R}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)^2} \right|,$$

$$\left| \frac{\partial d}{\partial r} \right| = \left| \frac{2\pi m r}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)^2} \right|,$$

$$\left| \frac{\partial d}{\partial s} \right| = \left| \frac{lm}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)^2} \right|,$$

$$\left| \frac{\partial d}{\partial l} \right| = \left| \frac{sm}{h(\pi(R^2 - r^2) - sl)^2} \right|.$$

Aby otrzymać wzór pozwalający na obliczenie błędu maksymalnego należy otrzymane wzory na bezwzględne wartości (dodatnie) pochodnych cząstkowych podstawić do wzoru (9).

Wynik, dla którego wyliczono błąd pomiarowy powinien być zapisany w postaci

$$d = d_{sr} \pm \Delta d,$$

gdzie : d_{sr} - jest wartością obliczoną ze wzoru (8),

Δd – błąd (niepewność pomiarowa) wyliczona ze wzoru (9) lub (10).

5. Literatura

1. A. Daniluk - Instrukcje ćwiczeń laboratoryjnych z fizyki
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker - Podstawy fizyki – T. 2
3. S. Przystalski – Fizyka z elementami biofizyki i agrofizyki – Część 3 rozdz. 3
4. P.G. Hewitt – Fizyka wokół nas
5. Instrukcje ćwiczeń laboratoryjnych z fizyki :
<http://www.up.poznan.pl/kfiz/images/attachments/protokoly/c8.pdf>
<http://efizyka.net.pl/>
<http://Sciaga.pl.htm>