



Podstawy Fizyki Ciepło

Praca zbiorowa

Ćwiczenie F 29

**SPRAWDZANIE PRAWA
BOYLE'A – MARIOTTE'A**

opr. techn. Mirosław Maś

Uniwersytet Przyrodniczo - Humanistyczny
Siedlce 2019

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest doświadczalne sprawdzenie prawa Boyle'a – Mariotte'a. Zestaw do pomiarów składa się z rurki zamkniętej kranem (K) i połączonej węzłem gumowym lub igielitowym z drugą rurką przymocowanych do statywu ze skalą. Takie połączenie tworzy tzw. U-rurkę. Jest ona napełniona rtęcią.

Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy sprawdzić czy zestaw laboratoryjny jest kompletny.

Uwaga:

Sprawdź szczelność U – rurki. Wszelkie nieszczelności układu należy natychmiast zgłosić prowadzącemu zajęcia.

Do ćwiczenia należy opanować następujące zagadnienia teoretyczne:

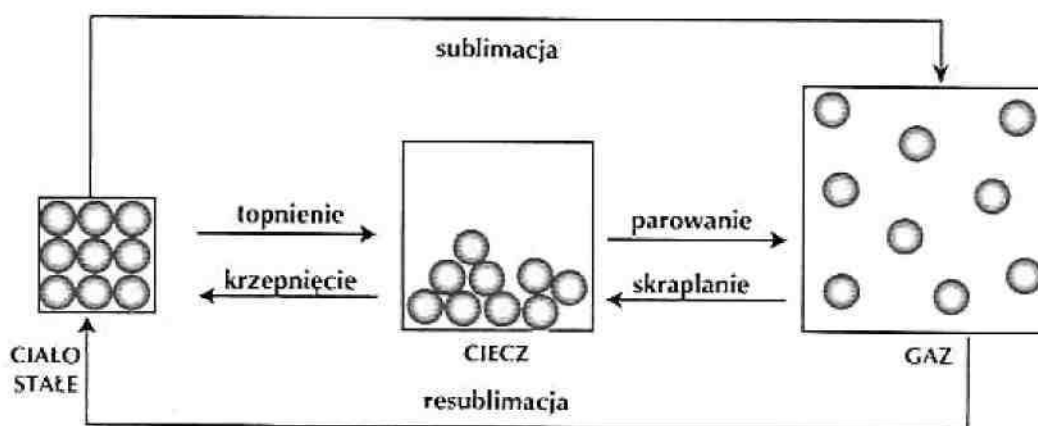
- kinetyczno - molekularna teoria budowy ciał stałych, cieczy i gazów,
- typy układów termodynamicznych,
- przemiany gazowe (równania, wykresy),
- prawa Gay - Lussaca, Charlesa, Boyle'a - Mariotte'a, Poissona,
- gaz doskonały i rzeczywisty (równania stanu),
- dlaczego $C_p > C_V$,
- I zasada termodynamiki dla gazów.

2. Wprowadzenie teoretyczne

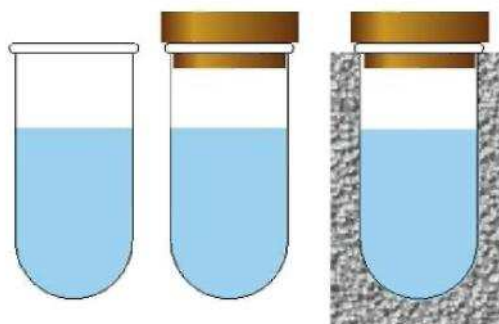
Teoria kinetyczno-molekularna budowy ciał. Otaczająca nas materia:

- **zbudowana jest z atomów lub cząstek** różnie ułożonych w różnych odległościach od siebie,
- **oddziaływania międzycząsteczkowe** zależą od rodzaju substancji i stanu skupienia,
- **cząsteczki** różnych substancji różnią się od siebie,
- **cząsteczki są w ciągłym chaotycznym ruchu**,
- poruszające się **cząsteczki zderzają się ze sobą**,
- **prędkość ruchu cząsteczek** zależy od **temperatury** ciała; im wyższa temperatura tym szybciej poruszają się cząsteczki.

Stany skupienia oraz zachodzące między nimi zjawiska przedstawia rysunek poniżej.



Znamy 3 rodzaje **układów termodynamicznych** – patrz rysunek:



otwarty zamknięty izolowany

W zależności od typu:

Układ otwarty - wymienia zarówno materię (masę) jak i energię z otoczeniem.

Układ zamknięty - może wymieniać energię, nie może wymieniać masy z otoczeniem.

Układ izolowany - nie może wymieniać ani energii ani masy z otoczeniem.

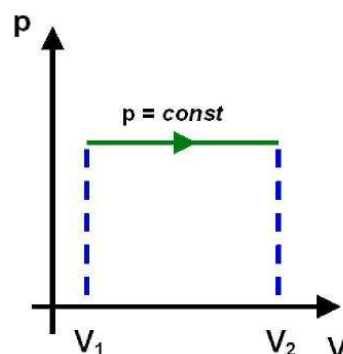
Przemiany gazowe

Przemiana izobaryczna

$$p = \text{const}, p_1 = p_2, \Delta p = 0, V/T = \text{const}.$$

I Zasada termodynamiki wygląda tak: $\Delta U = W + \Delta Q$, gdzie:

$$\Delta U = nC_V\Delta T, W = -p\Delta V, \Delta U = nC_V\Delta T$$

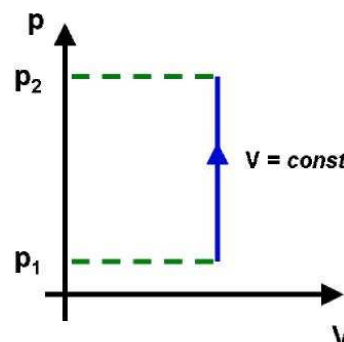


Przemiana izochoryczna

$$V = \text{const}, V_1 = V_2, \Delta V = 0, p/T = \text{const}$$

I Zasada termodynamiki wygląda tak: $\Delta U = \Delta Q$, gdzie:

$$\Delta U = nC_V\Delta T, W = 0, \Delta Q = nC_V\Delta T$$



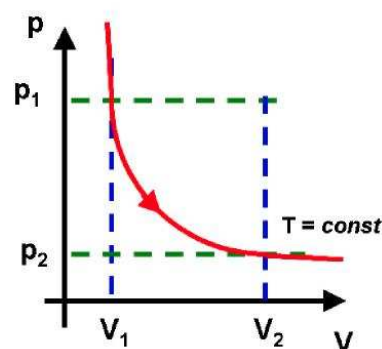
Przemiana izotermiczna

$$T = \text{const}, T_1 = T_2, \Delta T = 0, pV = \text{const}.$$

I Zasada termodynamiki wygląda tak: $0 = \Delta W + \Delta Q$, gdzie:

$$\Delta U = 0, W = -nRT \ln(V_2/V_1), \Delta Q = nRT \ln(V_2/V_1).$$

Na wykresie $p = f(V)$ izoterma jest hiperbola.



Przemiana adiabatyczna

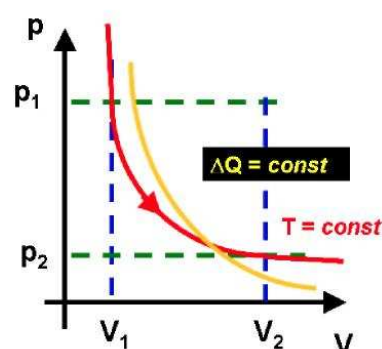
$$pV^\kappa = \text{const}, \Delta Q = 0.$$

I Zasada termodynamiki wygląda tak: $\Delta U = \Delta W$, gdzie:

$$\Delta U = nC_V\Delta T, W = nC_V\Delta T, \Delta Q = 0.$$

$$\text{oraz: } \kappa = C_p/C_v \text{ i } C_p - C_v = R.$$

Na wykresie $p = f(V)$ adiabata jest bardziej nachylona niż izoterma.



Gaz doskonały i rzeczywisty (równania stanu)

Modele gazu doskonałego

Przez gaz doskonały rozumiemy gaz cząsteczek (lub atomów) o pomijalnie małej objętości cząsteczek (atomów), które mogą się sprężyste zderzać ze sobą, energia potencjalna ich wzajemnego oddziaływania wynosi zero. Cząsteczki (lub atomy) takiego gazu posiadają jedynie energię kinetyczną. Udowodniono, że przy małych ciśnieniach i niezbyt niskich temperaturach większość gazów zachowuje się podobnie. Zależność między parametrami stanu opisuje **równanie Clapeyrona**:

$$pV = nRT$$

gdzie: $n = m/\mu$ oraz $n = N/N_A$, uniwersalna stała gazowa: $R = 8,31 \text{ [J / mol} \times \text{K]}$ i stała Avogadro: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ [1 / mol]}$ i spełniony jest warunek

$$k_B = R/N_A$$

gdzie k_B - stała Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ [J / K]}$

Równanie stanu gazu van der Waala:

Gdy ciśnienie gazu jest zbyt wysokie lub temperatura gazu jest zbyt niska równanie stanu należy uzupełnić o pewne czynniki:

$$(p + p_w) \times (V - V_w) = nRT$$

p_w - określa tzw. ciśnienie kohezjne pochodzące od sił przyciągania między molekułami. Ciśnienie to jest wprost proporcjonalne do gęstości gazu oraz do wartości tych sił.

$$p_w \propto \rho F$$

Siły przyciągania są proporcjonalne do gęstości, a gęstość jest odwrotnie proporcjonalna do objętości, to

$$p_w \propto \rho^2 \propto \frac{1}{V^2}$$

Wokół każdej cząsteczki znajduje się „martwa strefa”, nie może w niej znajdować się cząsteczka sąsiednia, bo oznaczałoby to ich wiązanie chemiczne. Objętość tej strefy jest wprost proporcjonalna do objętości cząsteczki – opisuje to równanie:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$$

gdzie: a i b są stałymi empirycznymi charakterystycznymi dla każdego gazu.

Równanie stanu gazu Dietericiego:

Równanie van der Waalsa nie uwzględnia asocjacji. Równanie stanu gazu rzeczywistego, który uwzględnia tworzenie się asocjatów jest równanie Dietericiego:

$$p \cdot (V - b) = nRT \cdot e^{\frac{a}{nRTV}}$$

Równanie stanu gazu Kamerlingha-Onesa:

$$pV = nRT \left(1 + \frac{A}{V} + \frac{B}{V^2} + \dots \right)$$

Gdzie A i B są parametrami empirycznymi. Większa liczba tych parametrów zapewnia lepszą zgodność z doświadczeniem.

Równanie stanu gazu Berthelota uwzględnia zależność ciśnienia wewnętrznego gazu od temperatury:

$$p + \frac{a}{TV^2} \cdot (V - b) = nRT$$

Pojemność cieplna

Ilość ciepła potrzebna do spowodowania określonego przyrostu temperatury ciała - nazywa się pojemnością cieplną C.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Aby uniezależnić się od masy ciała wprowadza się pojęcie *ciepła właściwego*:

$$c_w = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

W przypadku gazów wygodniej jest używać moli, wobec czego mówimy o *cieple molowym*:

$$C_{mol} = \frac{1}{n} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

zależność między nimi przedstawia wzór:

$$C_{mol} = \mu \cdot c_w$$

gdzie: μ - to masa jednego mola gazu.

Aby wyjaśnić, dlaczego ciepło właściwe jest większe od ciepła molowego, ($C_P > C_V$) oraz spełnione jest $C_P - C_V = R$ (równanie Mayera) należy porównać I zasadę termodynamiki dla przemiany izobarycznej z równaniem Clapeyrona.

Praktyczne zastosowanie mają

C_V - Ciepło molowe przy stałej objętości oraz:

C_P - Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu.

I zasada termodynamiki w formie różniczkowej:

$$dU = dW + dQ,$$

podstawiając definicje, otrzymamy:

$$n(C_P - C_V)dT = pdV, \quad (1)$$

równanie stanu gazu doskonałego Clapeyrona ma postać:

$$pV = nRT$$

po zróżniczkowaniu:

$$pdV = nRdT \quad (2)$$

porównując (1) z (2)

$$n(C_p - C_v)dT = nRdT$$

po przekształceniach otrzymamy **równanie Mayera**

$$C_p - C_v = R,$$

lub inaczej

$$\frac{C_p}{C_v} = \kappa > 1$$

Oznacza to, że ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, jest zawsze większe od ciepła właściwego przy stałej objętości, bo podczas ogrzewania izobarycznego gaz rozszerza się i wykonuje pracę.

Prawo Boyle'a - Mariotte'a

Równanie stanu gazu doskonałego uwzględnia zależność między: ciśnieniem p , objętością V , i temperaturą T

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

m - to masa gazu, μ - masa cząsteczkowa, R - uniwersalna stała gazowa.

Przy ustalonej masie i temperaturze gazu, z równania stanu gazu wynika, że ciśnienie gazu jest odwrotnie proporcjonalne do objętości. Jest to prawo Boyle'a-Mariotte'a.

$$pV = \text{const}$$

W układzie współrzędnych (p, V) równanie izotermy gazu doskonałego jest równaniem hiperboli równoosiowej. Logarytmując powyższy wzór otrzymamy:

$$\log(p) + \log(V) = \log(c),$$

oznaczając: $\log(p) = y$, $\log(V) = x$, $\log(c) = C$,
równanie izotermy (w tych współrzędnych) staje się funkcją liniową:

$$y = C - x$$

Chcąc zapisać wyniki pomiarów w układzie współrzędnych XY . Wygodniej, z uwagi na jednostki posługiwać się zależnością:

$$pV = p_1 V_1$$

gdzie: p_1 i V_1 są określonymi wartościami ciśnienia i objętości. Po logarytmowaniu stronami:

$$\log(p) + \log(V) = \log(p_1) + \log(V_1)$$

lub:

$$\log\left(\frac{p}{p_1}\right) = -\log\left(\frac{V}{V_1}\right)$$

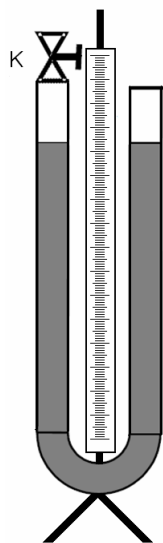
wprowadzając oznaczenia $Y = \log\left(\frac{p}{p_1}\right)$ i $X = \left(\frac{V}{V_1}\right)$ możemy zapisać:

$$Y = -X$$

! jest to równanie prostej. Wynika z tego, że wyniki pomiarów możemy zapisać w postaci funkcji $Y = f(X)$.

3. Opis przyrządu

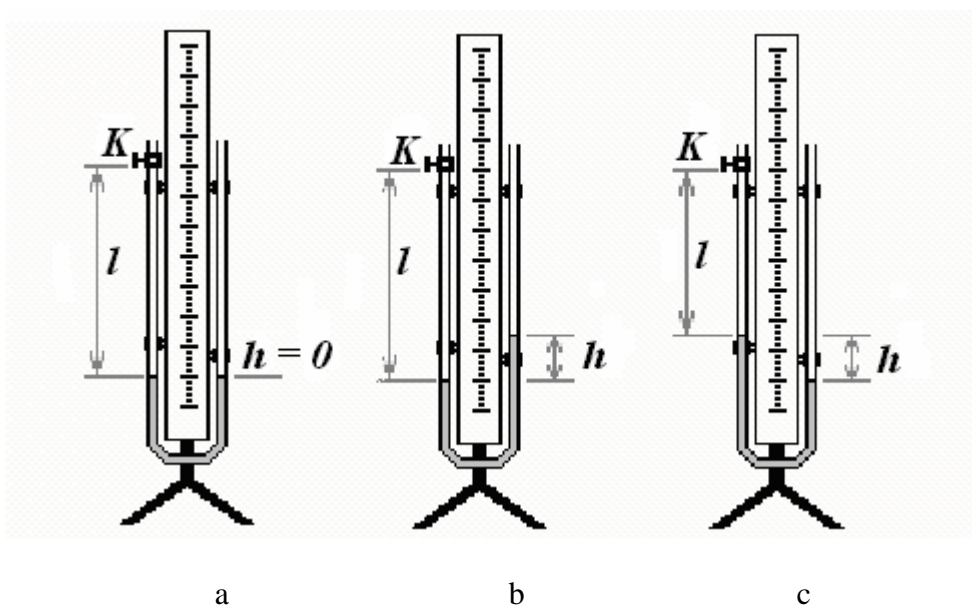
Przyrząd składa się z dwu rurek szklanych połączonych węzłem gumowym lub igielitowym przymocowanych do statywu ze skalą.



Jedno ramię otrzymanej U-rurki zamknięte jest kranem (K).

Drugie z ramion może być przesuwane wzdłuż statywu przy pomocy odpowiednich uchwytnów.

U-rurka napełniona jest rtęcią jak to pokazuje rysunek obok.



Rysunek przedstawia

a - sytuację początkową gdy poziomy rtęci w obu ramionach U-rurki są równe,

b - sytuację, gdy prawe ramię U-rurki jest podnoszone w górę;

c - sytuację, gdy prawe ramię U-rurki jest opuszczane w dół.

Ciśnienie początkowe gazu jest równe ciśnieniu atmosferycznemu (kran (K) jest otwarty).

Zmianę objętości gazu (ciśnienia) w lewym ramieniu U-rurki realizuje się, po zamknięciu kranu K, poprzez podnoszenie lub obniżanie prawego ramienia U-rurki (rys. b i c).

4. Przebieg pomiarów

1. Ustalamy położenie poziomów rtęci przy otwartym kranie (K). Zamykamy kran (K) oraz odczytujemy położenie dolnej części kranu (K) oraz poziomów rtęci w ramionach U-rurki. Rys. a
2. Przesuwamy prawe ramię (do góry) co 10 mm. Odczytujemy położenie poziomów rtęci w lewym i prawym ramieniu. Patrz Rys. b.
3. Pomiary (z punktu 2) wykonujemy dla n położzeń prawego ramienia przyrządu. Ilość pomiarów wyznacza prowadzący zajęcia (np. 15).
4. Wykonujemy drugą serię pomiarów, opuszczając prawe ramię w dół. Patrz Rys. c. Punktem wyjściowym serii pomiarowych są warunki ustalone w p-kcie 1.

Uwaga:

Nie można dopuścić do wylania się rtęci w wyniku obniżania lewego ramienia U – rurki.

5. Wyniki obu serii pomiarów zapisz w tabeli.

prawo ramię w górę				prawo ramię w dół			
n	l [mm]	h [mm]	p_i [mmHg]	n	l [mm]	h [mm]	p_i [mmHg]
0		0	$p_a =$	0		0	$p_a =$
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			
11				11			
12				12			
13				13			
14				14			
15				15			

l – wysokość słupa powietrza między kranem (K) a poziomem rtęci w lewym ramieniu przyrządu.

h – różnica poziomów rtęci w prawym i lewym ramieniu

6. Obliczamy ciśnienie panujące w lewym ramieniu ze wzoru: $p_i = p_a + h$
gdzie: p_a - ciśnienie atmosferyczne,
7. Sporządzamy wykres $p_i = f(l)$,
8. Obliczamy stałą $C_i = p_i \times l_i$ oraz szacujemy jej niepewność (dla każdego pomiaru).
9. Szacujemy niepewności pomiarowe i nanosimy je na wykres.
10. Wyciągamy wnioski.

5. Literatura

- [1] Jay Orear - Fizyka t. 1, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, wyd. 4., Warszawa 1990
- [2] Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
- [2] Guideline for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurements Results, NIST Technical Note 1297
- [3] Niepewność pomiarów- Jerzy Arendarski, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej
- [4] Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki - Regina Drabient, Zenon Mchholc, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego, Olsztyn 2003
- [5] Aneta Chączyńska - Praca dyplomowa SPz F UPH, Siedlce 2015
- [6] Andrzej Daniluk – Instrukcje do ćwiczeń z fizyki UPH, Siedlce 1999